

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D



مکانیک خاک پیشرفته

فصل ۱۰. تنش و کرنش در خاک

دکتر علیرضا غنی زاده

استادیار دانشکده مهندسی عمران - دانشگاه صنعتی سیرجان

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>

مراجع



- Budhu, Muni. **SOIL MECHANICS AND FOUNDATIONS**, (With CD). John Wiley & Sons, 3rd edition, 201۰.
- Das, Braja M. **Advanced soil mechanics**. CRC Press, 2013.
- Zienkiewicz O. C. , Morgan K., **Finite Element and Approximation**. Courier Corporation, 2006.
- نظریه خمیری خاک و الگوسازی، دکتر امیرالدین صدرنژاد، انتشارات دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D



تعاریف

تنش یا شدت بارگذاری عبارت از مقدار بار در واحد سطح است. تعریف اساسی تنش عبارت از نسبت نیروی ΔP در یک صفحه ΔS ، به مساحت صفحه یعنی ΔS است وقتی که ΔS به سمت صفر میل می‌کند. Δ نشان دهنده یک مقدار کوچک می‌باشد.

تنش مؤثر (σ') عبارت از تنش‌هایی است که توسط ذرات خاک تحمل می‌شود.

تنش کل (σ) عبارت از تنش‌هایی است که توسط ذرات خاک و مایعات و گازهای موجود در فضای خالی خاک تحمل می‌شود. کرنش یا شدت تغییر شکل عبارت از نسبت تغییر یک بعد به بعد اولیه یا نسبت تغییر طول به طول اولیه است.

وضعیت تنش (کرنش) در یک نقطه عبارت از مجموعه‌ای از بردارهای تنش (کرنش) نظیر تمام صفحاتی است که از آن نقطه عبور می‌کنند. برای نشان دادن ترسیمی وضع تنش (کرنش) برای اجسام دو بعدی از دایره مور استفاده می‌شود.

فشار آب منفذی u ، عبارت از فشار آب موجود در فضا‌های خالی خاک است.

ایزوتروپ به معنی این است که مصالح در تمام جهات، دارای خواص یکسان و نیز در تمام جهات دارای بارگذاری یکسان باشند.

مواد الاستیک موادی هستند که پس از باربرداری به وضع اول خود برمی‌گردند و از قانون هوک تبعیت می‌کنند.

مواد پلاستیک بعد از باربرداری به شکل اولیه خود برنمی‌گردند.

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۲

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>



سوالات مطرح

1. تنش قائم و برشی چیست؟
2. مفهوم حالت تنش چیست و چگونه تعیین می‌گردد؟
3. آیا خاک یک ماده الاستیک (ارتجاعی) است؟
4. با فرض الاستیک بودن خاک، چه محدودیت‌هایی در تحلیل خاک‌ها وجود دارد؟
5. مفهوم کرنش‌های برشی، کرنش‌های قائم، کرنش‌های حجمی و کرنش‌های انحرافی چیست؟
6. تحلیل الاستیک برای برآورد نشست الاستیک خاک‌ها چگونه به کار برده می‌شود و محدودیت‌ها کدامند؟
7. اختلاف بین کرنش صفحه‌ای و شرایط تقارن محوری چیست؟
8. چگونه می‌توان تنش‌ها و کرنش‌ها و تغییر مکان‌های ایجاد شده در یک توده خاک را تحت اثر بارهای خارجی تعیین نمود؟
9. تنش مؤثر چیست؟
10. آیا تغییر شکل، ناشی از تنش مؤثر است یا تنش کل؟

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۲

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D

تنش‌ها و کرنش‌های نرمال

$$\sigma_z = \frac{P_z}{\Delta y \Delta x}, \quad \sigma_x = \frac{P_x}{\Delta y \Delta z}, \quad \sigma_y = \frac{P_y}{\Delta x \Delta z}$$

$$\epsilon_z = \frac{\Delta z}{z}, \quad \epsilon_x = \frac{\Delta x}{x}, \quad \epsilon_y = \frac{\Delta y}{y}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان مکانیک خاک پیشرفته ۵

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>

کرنش حجمی

$$\epsilon_p = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

وزارت علوم تحقیقات و فناوری
دانشگاه صنعتی سیرجان

دانشگاه صنعتی سیرجان مکانیک خاک پیشرفته ۶

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D

تنش‌ها و کرنش‌های برشی

$\tau = \frac{F}{xy}$

$\gamma_{zx} = \tan^{-1} \frac{\Delta x}{z}$

Small Strain $\gamma_{zx} = \frac{\Delta x}{z}$

دانشگاه صنعتی سیرجان
مکانیک خاک پیشرفته
▼

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>

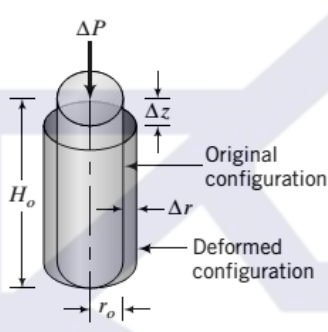
تنش‌های اصلی

Stresses in given coordinate system Principal stresses

دانشگاه صنعتی سیرجان
مکانیک خاک پیشرفته
▲

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D

پاسخ مصالح به بارگذاری و باربرداری نرمال



$$\Delta\sigma_z = \frac{\Delta P}{A}$$

$$\Delta\varepsilon_z = \frac{\Delta z}{H_o}$$

$$\Delta\varepsilon_r = \frac{\Delta r}{r_o}$$

$$\nu = \frac{-\Delta\varepsilon_r}{\Delta\varepsilon_z}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۹

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>

مقادیر ضریب پواسن برای رس و ماسه



Soil type	Description	ν^a
Clay	Soft	0.35–0.40
	Medium	0.30–0.35
	Stiff	0.20–0.30
Sand	Loose	0.15–0.25
	Medium	0.25–0.30
	Dense	0.25–0.35

^aThese values are effective values, ν' .

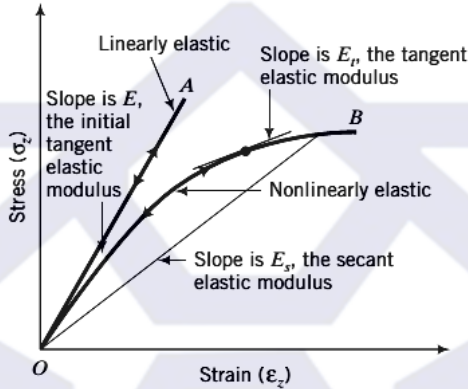
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۱۰

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D

نمودار تنش - کرنش مصالح الاستیک خطی و الاستیک غیر خطی



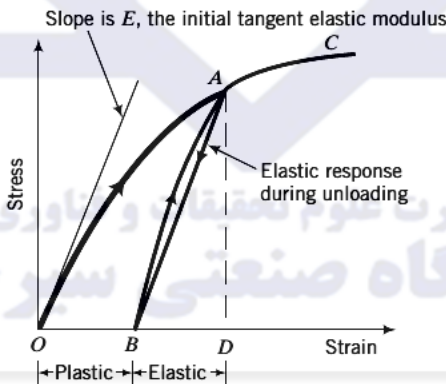
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۱۱

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>

نمودار تنش - کرنش مصالح الاستو پلاستیک



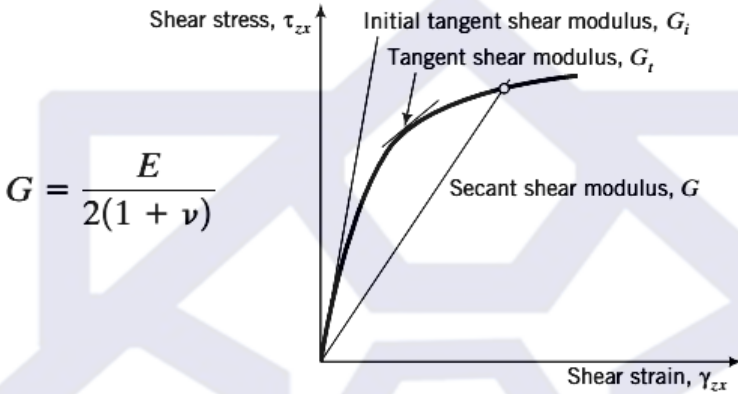
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۱۲

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D

پاسخ مصالح به نیروهای برشی



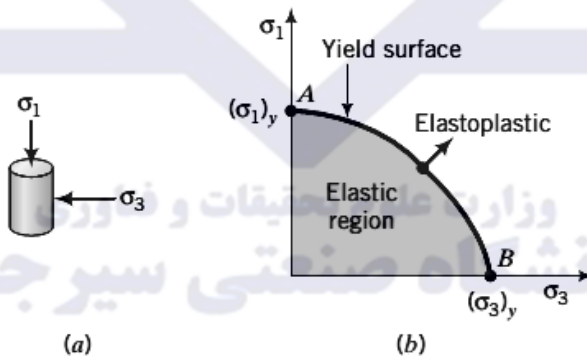
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۱۳

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>

سطح تسلیم



دانشگاه صنعتی سیرجان

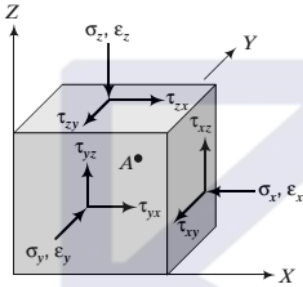
مکانیک خاک پیشرفته

۱۴

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D



قانون هوك در حالت تنشی سه بعدی



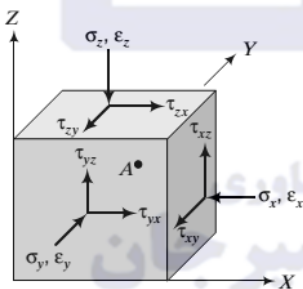
$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>



قانون هوك در حالت تنشی سه بعدی

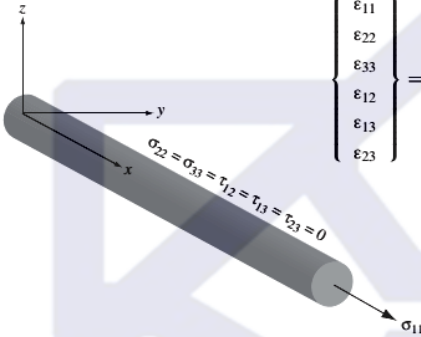


$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{13} \\ \epsilon_{23} \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D

تنش محوری



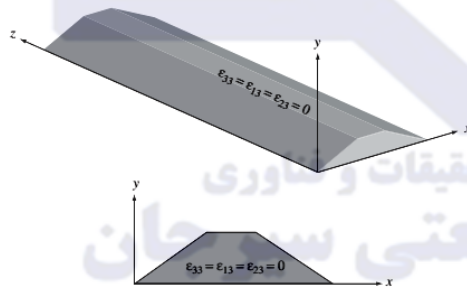
$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{13} \\ \epsilon_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & 1/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & -\nu/E & 1/E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\epsilon_{11} = \frac{1}{E} \sigma_{11}$$

$$\epsilon_{22} = \epsilon_{33} = \frac{-\nu}{E} \sigma_{11}$$

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>

گرش صفحه‌ای

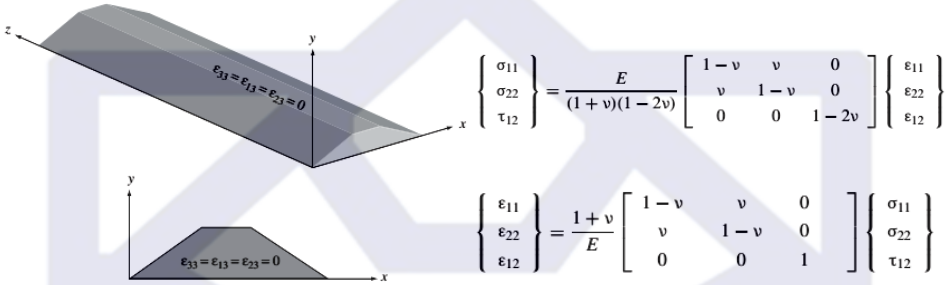


$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{13} \\ \epsilon_{23} \end{Bmatrix}$$

$$\times \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{13} \\ \epsilon_{23} \end{Bmatrix}$$

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D

کرنش صفحه‌ای



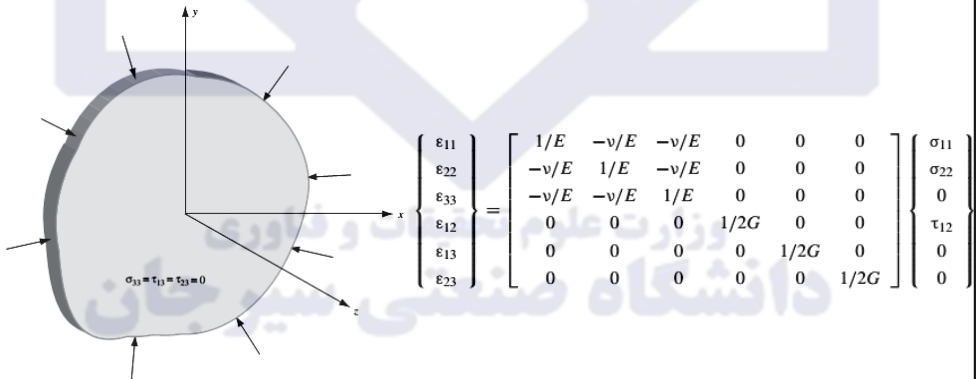
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۱۹

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>

تنش صفحه‌ای



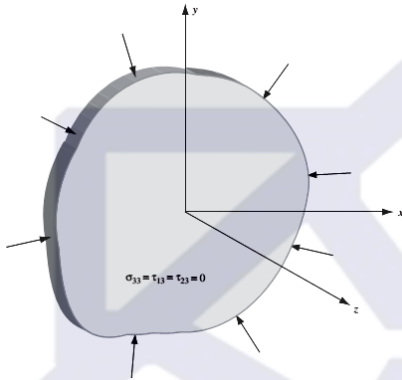
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۲۰

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D

تنش صفحه‌ای



$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 + \nu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \nu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix}$$

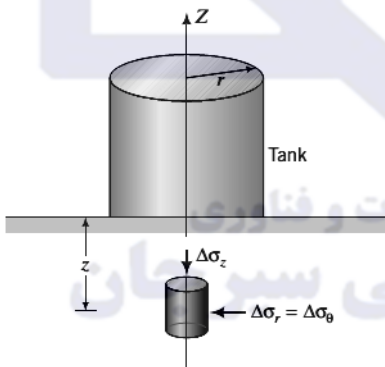
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۲۱

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>

بارگذاری با تقارن محوری



$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -2\nu \\ -\nu & 1 - \nu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} 1 - \nu & 2\nu \\ \nu & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_3 \end{Bmatrix}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۲۲

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D



مثال ۱

یک دیوار حائل در اثر بارگذاری به سمت خارج حرکت می‌کند و در نتیجه آن کرنش جانبی ۰/۱ درصد و کرنش قائم ۰/۰۵ درصد در المان خاک که در عمق ۳ متری سطح زمین قرار دارد، به وجود می‌آید. در صورتی که خاک به صورت الاستیک خطی و ایزوتروپیک با مدول الاستیسیته ۵۰۰۰ کیلو پاسکال و ضریب پواسن ۰/۳ در نظر گرفته شود، افزایش تنش در این المان خاک را محاسبه نمایید. در صورتی که دیوار دارای ارتفاع ۶ متر باشد و تنش محاسبه شده معرف تنش متوسط باشد افزایش نیرو در واحد طول دیوار را محاسبه نمایید.

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۲۲

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>


مثال ۱

گام ۱: حالت مناسب تنش را تعیین کرده و رابطه مناسب را می‌نویسیم.
المان خاک تحت حالت کرنش صفحه ای است ($\epsilon_2=0$) و از رابطه (۳-۲۱) استفاده می‌کنیم.

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_3 \end{Bmatrix} = \frac{5000}{(1+0.3)(1-2 \times 0.3)} \begin{bmatrix} 1-0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1-0.3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0.0005 \\ -0.001 \end{Bmatrix}$$

$$\Delta\sigma_1 = 9615.4 \{ (0.7 \times 0.0005) + [0.3 \times (-0.001)] \} = 0.5 \text{ kPa}$$

$$\Delta\sigma_3 = 9615.4 \{ (0.3 \times 0.0005) + [0.7 \times (-0.001)] \} = -5.3 \text{ kPa}$$

گام ۲: معادله را حل می‌کنیم.

علامت منفی نشان دهنده کاهش تنش است.

گام ۳: نیروی جانبی را به ازای واحد طول محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta\sigma_3 = \Delta\sigma_x$$

$$\Delta P_x = \int_0^6 \Delta\sigma_x dA = - \int_0^6 5.3(dx \times 1) = -[5.3x]_0^6 = -31.8 \text{ kN/m}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

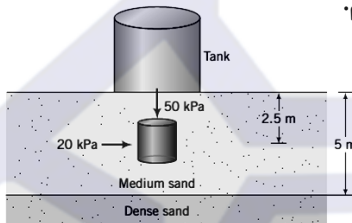
۲۲

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D



مثال ۲

یک تانک نفت بر روی یک لایه ماسه متوسط به ضخامت ۵ متر قرار گرفته است. لایه ماسه بر روی یک نهشته ضخیم از ماسه متراکم قرار دارد. تجربیات مهندس ژئوتکنیک نشان داده است که نشست تانک تنها ناشی از نشست ماسه متوسط است. وضعیت تنش افقی و قائم در مرکز این لایه رسی در شکل نشان داده شده است. همچنین فرض می شود که لایه رس متوسط الاستیک خطی و ایزوتروپیک و دارای مدول الاستیسیته ۲۰ مگا پاسکال و ضریب پواسن ۰/۳ باشد. مطلوبست کرنش ایجاد شده در این المان به همراه تغییر شکل قائم.



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۲۵

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>



مثال ۲

گام ۱: شکل مسئله را ترسیم می کنیم (شکل اسلاید قبل)
 گام ۲: در مورد حالت تنش تصمیم می گیریم.
 المان خاک درست در زیر مرکز مخزن واقع است، لذا شرایط تقارن محوری برقرار است.
 گام ۳: روابط مناسب را انتخاب کرده و مسئله را حل می کنیم. از رابطه (۳-۲۴) استفاده می کنیم.

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_1 \\ \Delta \varepsilon_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{20 \times 10^3} \begin{bmatrix} 1 & -0.6 \\ -0.3 & 0.7 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 50 \\ 20 \end{Bmatrix}$$

با استفاده از عملیات جبری خواهیم داشت:

$$\Delta \varepsilon_1 = \frac{1}{20 \times 10^3} [1 \times 50 - 0.6 \times 20] = 1.9 \times 10^{-3}$$

$$\Delta \varepsilon_3 = \frac{1}{20 \times 10^3} [-0.3 \times 50 + 0.7 \times 20] = -5 \times 10^{-5}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۲۶

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D



مثال ۲

گام ۴: تغییر مکان‌های قائم را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta \varepsilon_1 = \Delta \varepsilon_z$$

$$\Delta z = \int_0^5 \Delta \varepsilon_z dz = [1.9 \times 10^{-3} z]_0^5 = 9.5 \times 10^{-3} \text{m} = 9.5 \text{ mm}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۲۷

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>



مصالح الاستیک غیر ایزوتروپ (ناهمسانگرد)

برای بیان کامل رفتار غیر ایزوتروپ خاک، ما به ۲۱ ثابت الاستیک نیاز داریم (Love, 1927) در خصوص غیرایزوتروپی عرضی، ما فقط به ۵ ثابت الاستیک نیاز داریم که عبارتند از E_x ، E_z ، ν_{zz} و ν_{zx} ، ν_{xx} اولین حرف از اندیس دوگانه نشان دهنده جهت بارگذاری و دومین حرف نشان‌دهنده جهت اندازه‌گیری است. به عنوان مثال ν_{zx} نشان‌دهنده ضریب پواسونی است که از نسبت کرنش در جهت جانبی (جهت X) به کرنش در جهت قائم (جهت Z) با بار وارده در جهت قائم (جهت Z) تعیین می‌شود.

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_z \\ \Delta \varepsilon_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_z} & \frac{-2\nu_{rz}}{E_r} \\ -\nu_{zr} & \frac{(1 - \nu_{rr})}{E_r} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \sigma_z \\ \Delta \sigma_r \end{Bmatrix}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۲۸

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D



مصالح الاستیک غیر ایزوتروپ (ناهمسانگرد)

✓ انواع ناهمسانگردی در خاک عبارتند از **ناهمسانگردی سازه‌ای** و **ناهمسانگردی تنشی**.

✓ ناهمسانگردی سازه‌ای مربوط به تاریخچه بارگذاری و شرایط زمان ته نشینی است و ناهمسانی تنشی ناشی از تفاوت در تنش‌ها در راستاهای مختلف است.

✓ ناهمسانی عرضی یعنی اینکه مشخصات مصالح در راستای افقی یکسان و متفاوت از جهت قائم است.

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۴۹

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>



مصالح الاستیک غیر ایزوتروپ (ناهمسانگرد)

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}$$

ناهمسانگردی کامل با ۲۱ پارامتر

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۴۰

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D

مصالح الاستیک غیر ایزوتروپ عرضی (ناهمسانگرد عرضی)



$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-\nu_{pz}\nu_{zp}}{E_p E_z \Delta} & \frac{\nu_p + \nu_{zp}\nu_{pz}}{E_p E_z \Delta} & \frac{\nu_{zp} + \nu_p\nu_{zp}}{E_p E_z \Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_p + \nu_{pz}\nu_{zp}}{E_z E_p \Delta} & \frac{1-\nu_{zp}\nu_{pz}}{E_z E_p \Delta} & \frac{\nu_{zp} + \nu_{pz}\nu_p}{E_z E_p \Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{pz} + \nu_p\nu_{pz}}{E_p^2 \Delta} & \frac{\nu_{pz}(1+\nu_p)}{E_p^2 \Delta} & \frac{1-\nu_p^2}{E_p^2 \Delta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2G_{zp} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{zp} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E_p}{1+\nu_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} \\ \epsilon_{xy} \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \frac{(1+\nu_p)(1-\nu_p - 2\nu_{pz}\nu_{zp})}{E_p^2 E_z}$$

ناهمسانگردی عرضی با ν پارامتر

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

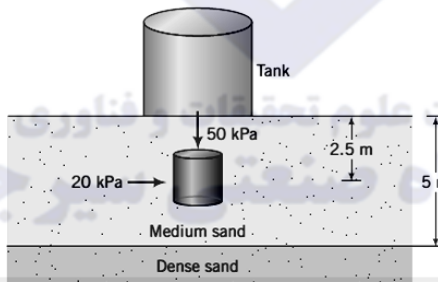
۴۰

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>

مثال ۳



مثال ۳ را مجدداً حل کنید ولی خاک زیر مخزن را مصالح الاستیک غیر ایزوتروپ با $E_z=20 \text{ Mpa}$ ، $E_t=25 \text{ Mpa}$ و $\nu_{tz}=0/15$ و $\nu_{tt}=0/3$ فرض کنید.



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۴۱

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D



مثال ۳

گام ۱: مقدار v_{zr} را با جمع آثار تعیین می کنیم.

$$\frac{v_{rz}}{v_{zr}} = \frac{E_r}{E_z}$$

$$v_{zr} = \frac{20}{25} \times 0.15 = 0.12$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_z \\ \Delta \varepsilon_r \end{Bmatrix} = 10^{-3} \begin{bmatrix} \frac{1}{20} & \frac{-2 \times 0.15}{25} \\ -0.12 & \frac{(1 - 0.3)}{25} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 50 \\ 20 \end{Bmatrix}$$

گام ۲: کرنش را تعیین می کنیم.
از رابطه (۳-۲۶) استفاده می کنیم.

جواب برابر است با: $\varepsilon_r = 0.26 \times 10^{-3} = 0.026\%$, $\varepsilon_z = 2.26 \times 10^{-3} = 0.226\%$

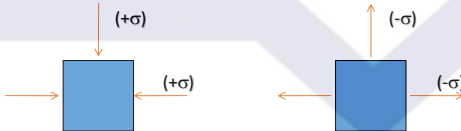
گام ۳: تغییر مکان قائم را تعیین می کنیم.

$$\Delta z = \int_0^s \varepsilon_z dz = [2.26 \times 10^{-3} z]_0^s = 11.3 \times 10^{-3} \text{ m} = 11.3 \text{ mm}$$

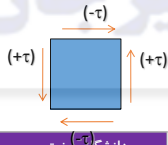


دایره مور برای حالت های تنش

normal stress (σ)



shear stress (τ)

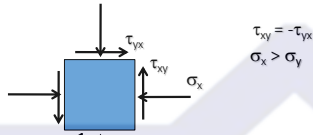


Element must have both pos. and neg. shear stress for equilibrium

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D

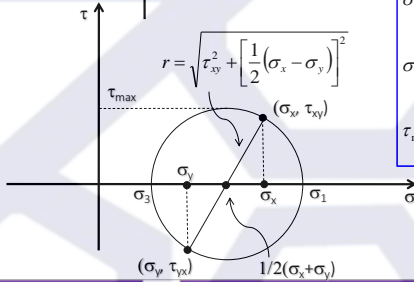


دایره مور برای حالت های تنش



$$\tau_{xy} = -\tau_{yx}$$

$$\sigma_x > \sigma_y$$



$$\sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{\tau_{xy}^2 + \left[\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\right]^2}$$

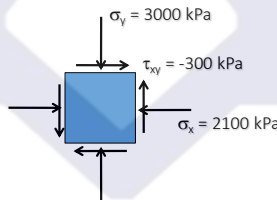
$$\sigma_3 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \sqrt{\tau_{xy}^2 + \left[\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\right]^2}$$

$$\tau_{max} = \sqrt{\tau_{xy}^2 + \left[\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\right]^2} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$$

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>



دایره مور برای حالت های تنش



$$\sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{\tau_{xy}^2 + \left[\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\right]^2} = \frac{1}{2}(2100 + 3000) + \sqrt{300^2 + \left[\frac{1}{2}(2100 - 3000)\right]^2}$$

$$\sigma_1 = 3091 \text{ kPa}$$

$$\sigma_3 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \sqrt{\tau_{xy}^2 + \left[\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\right]^2} = \frac{1}{2}(2100 + 3000) - \sqrt{300^2 + \left[\frac{1}{2}(2100 - 3000)\right]^2}$$

$$\sigma_3 = 2009 \text{ kPa}$$

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{1}{2}(3091 - 2009) = 541 \text{ psf}$$

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D

دایره مور برای حالت‌های تنش

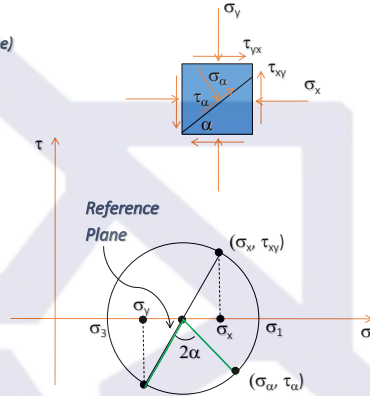


- 1) Establish angle α from a reference plane (e.g., horizontal).
- 2) Locate reference plane in Mohr's circle (center of circle to stress on ref plane)
- 3) Measure 2α from ref plane in same direction (CW or CCW)
- 4) This intersects circle at state of stress on angled plane

Analytical solution:

$$\tau_\alpha = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin(2\alpha)$$

$$\sigma_\alpha = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cos(2\alpha)$$



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

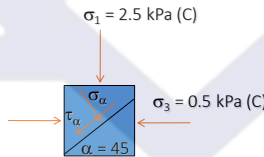
۳۳

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>

دایره مور برای حالت‌های تنش



Analytical solution:

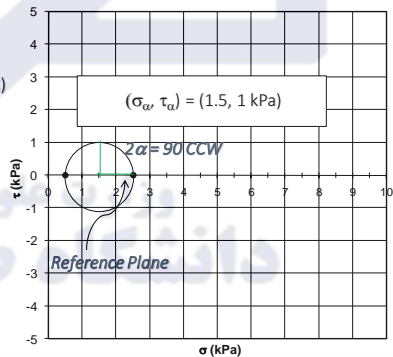


$$\tau_\alpha = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin(2\alpha)$$

$$\tau_\alpha = \frac{1}{2}(2.5 - 0.5)\sin(90) = 1 \text{ kPa}$$

$$\sigma_\alpha = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cos(2\alpha)$$

$$\sigma_\alpha = \frac{1}{2}(2.5 + 0.5) + \frac{1}{2}(2.5 - 0.5)\cos(90) = 1.5 \text{ kPa}$$



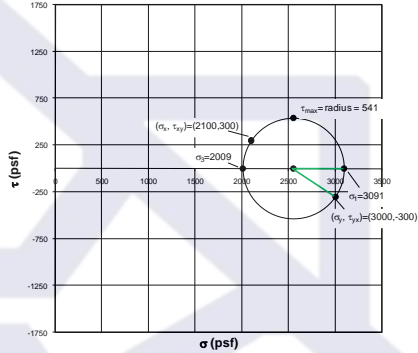
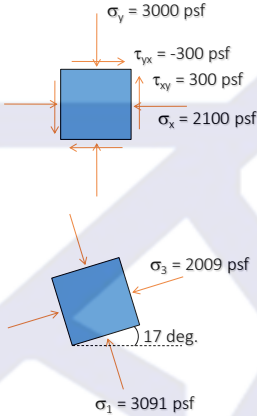
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۳۳

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D

دایره مور برای حالت های تنش



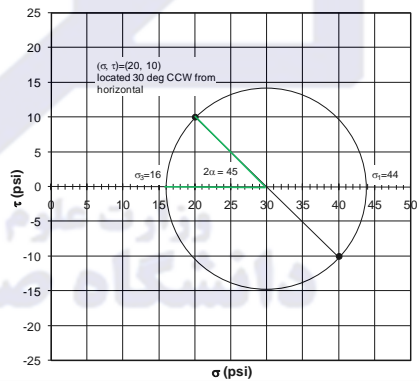
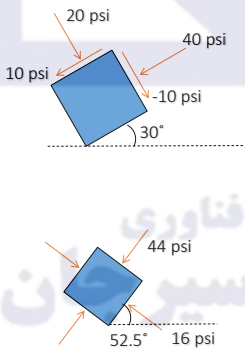
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۴۳

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>

دایره مور برای حالت های کرنش



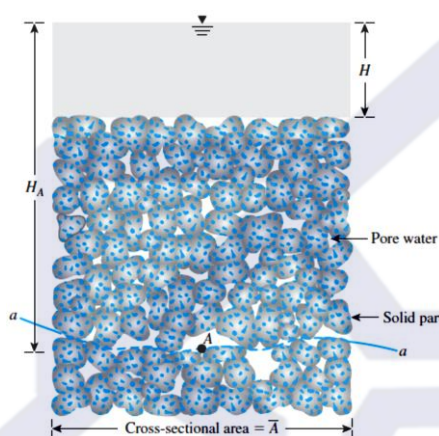
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۴۸

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D

تنش کل در یک نقطه از خاک اشباع



$\sigma = H\gamma_w + (H_A - H)\gamma_{sat}$

σ = تنش کل در تراز نقطه A
 γ_w = وزن مخصوص آب
 γ_{sat} = وزن مخصوص اشباع خاک
 H = ارتفاع سفره آب از سطح فوقانی خاک
 H_A = ارتفاع سفره آب تا نقطه A

Pore water
 Solid particle
 Cross-sectional area = \bar{A}

دانشگاه صنعتی سیرجان
مکانیک خاک پیشرفته
۴۴

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>


تنش مؤثر و فشار آب منفذی

✓ تنش کل به دو بخش قابل تفکیک است که عبارتند از:

- قسمتی که توسط آب موجود در فضای بین دانه ها حمل می شود. این قسمت دارای شدت مساوی در تمام امتداد هاست و فشار آب منفذی یا حفره‌ای نامیده می‌شود.
- باقیمانده تنش کل توسط قسمت جامد خاک در نقاط تماس دانه ها حمل می شود. مجموع مولفه های قائم نیروهای بوجود آمده در نقاط تماس ذرات جامد در واحد سطح توده خاک، تنش مؤثر نامیده می شود. تنش مؤثر را می توان از حاصلضرب وزن مخصوص غوطه ور خاک در ارتفاع ستون خاک تعیین کرد.

دانشگاه صنعتی سیرجان
مکانیک خاک پیشرفته
۴۵

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D



تنش مؤثر

$$\sigma' = \frac{P_{1(v)} + P_{2(v)} + P_{3(v)} + \dots + P_{n(v)}}{A}$$

$$a_s = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

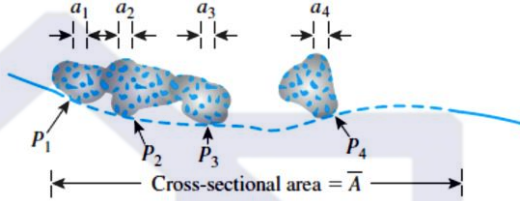
$$\sigma = \sigma' + \frac{u(\bar{A} - a_s)}{\bar{A}} = \sigma' + u(1 - a_s')$$

$$\sigma = \sigma' + u$$

$$\sigma' = [H\gamma_w + (H_A - H)\gamma_{sat}] - H_A\gamma_w$$

$$= (H_A - H)(\gamma_{sat} - \gamma_w)$$

$$= (\text{Height of the soil column}) \times \gamma'$$



Cross-sectional area = \bar{A}

$\sigma' = (H_A - H) \cdot \gamma_w$ و تنش مؤثر
 $u = H \cdot \gamma_w$

$$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۴۶

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>



تنش مؤثر

- ✓ تنش مؤثر برابر با نیرو بر واحد سطح حمل شده توسط اسکلت خاک می باشد.
- ✓ در یک توده خاک، تنش مؤثر است که تغییرات حجم و مقاومت را کنترل می کند. تنش مؤثر بزرگتر، باعث تراکم و تبدیل خاک به یک توده متراکم تر و کم حجم تر می شود.
- ✓ مفهوم تنش مؤثر اولین بار توسط ترزاقی (در حدود سالهای ۱۹۲۵ تا ۱۹۳۶) معرفی شد. اسکمپتون در سال ۱۹۶۰ کار ترزاقی را ادامه داد و روابطی برای محاسبه تنش کل و تنش مؤثر پیشنهاد نمود.

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۴۷

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D

تنش مؤثر

✓ تغییر شکل خاک تابعی از تنش مؤثر است نه تنش کل.

✓ مفهوم تنش مؤثر تنها در مورد تنشهای نرمال به کار می‌رود و در مورد تنش‌های برشی به کار نمی‌رود. بنابراین تنش برشی کل و تنش برشی مؤثر برابر با یکدیگر در نظر گرفته می‌شوند.

✓ خاک‌ها تحمل کشش ندارند و بنابراین تنش مؤثر نمی‌تواند کمتر از صفر باشد.

دانشگاه صنعتی سیرجان

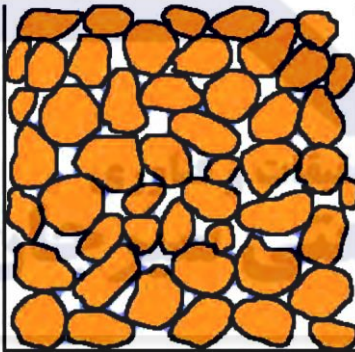
مکانیک خاک پیشرفته

۴۸

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>

تنش مؤثر

Saturation states



4. Residual state

- $S_r < 0.1$
- Liquid phase is discontinuous, air phase is continuous

دانشگاه صنعتی سیرجان

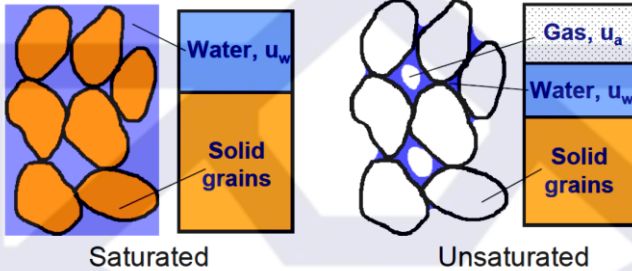
مکانیک خاک پیشرفته

۴۸

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D

تنش مؤثر

When the soil pores are filled by more than one fluid, e.g. water and air, the porous material is termed **unsaturated** with respect to the wetting fluid:

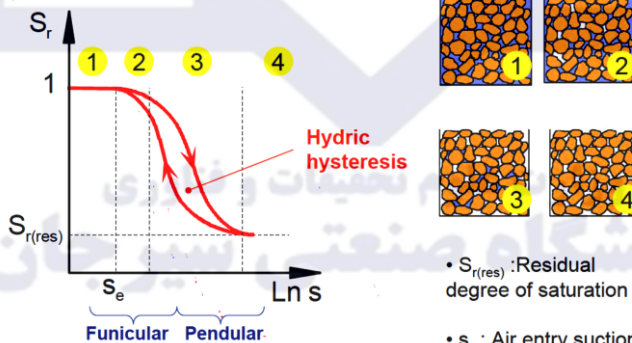


The **matric suction** s is defined as: $S = (u_a - u_w)$

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>

تنش مؤثر

The **water retention curve** plots the evolution of the degree of saturation, S_r , as a function of the matric suction.



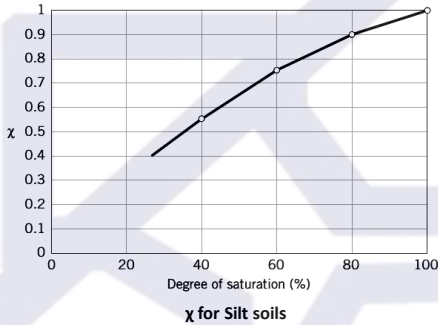
- $S_{r(res)}$: Residual degree of saturation
- s_e : Air entry suction, below which $S_r = 1$

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D

تنش مؤثر برای خاک‌های غیر اشباع

✓ برای خاک‌های غیر اشباع تنش مؤثر برابر است با (Bishop et al., 1960)

$$\sigma' = \sigma - u_a + \chi(u_a - u)$$



u_a is the pore air pressure

u is the porewater pressure

$\chi = 0$; for saturated soil, $\chi = 1$

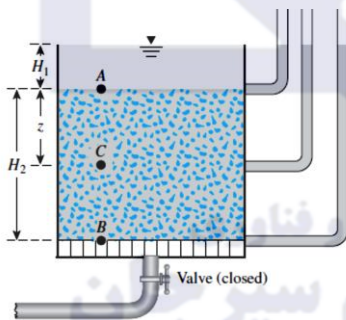
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

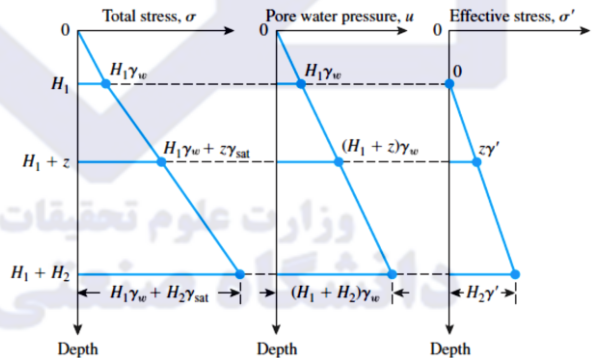
۴۹

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>

تنش مؤثر در حالت بدون نشت



$$\begin{aligned} \sigma' &= [H\gamma_w + (H_A - H)\gamma_{sat}] - H_A\gamma_w \\ &= (H_A - H)(\gamma_{sat} - \gamma_w) \\ &= (\text{Height of the soil column}) \times \gamma' \end{aligned}$$

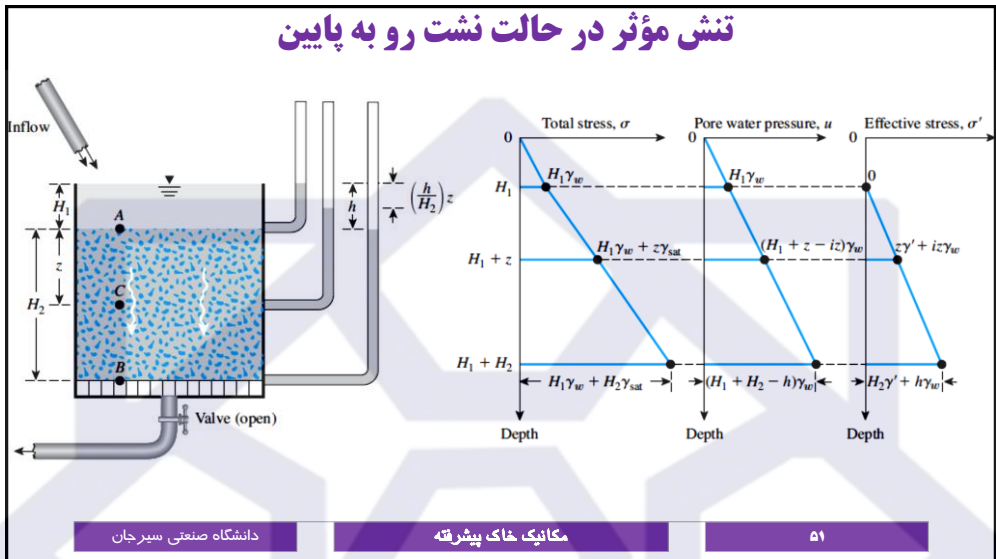


دانشگاه صنعتی سیرجان

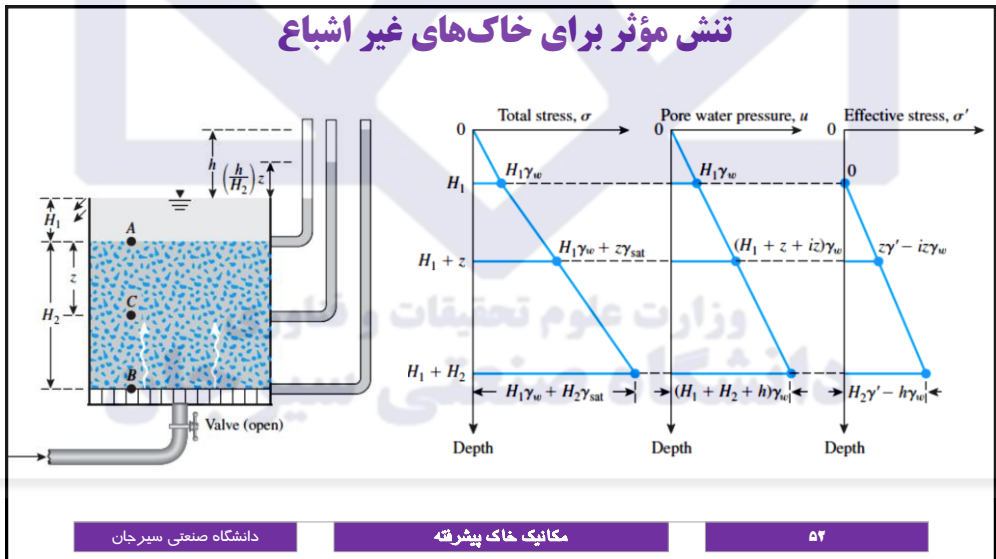
مکانیک خاک پیشرفته

۵۰

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D



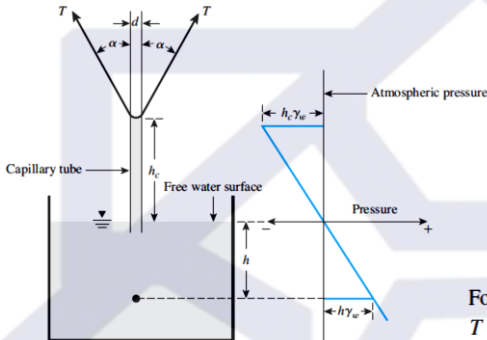
<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>



© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D

تنش مؤثر برای خاک‌های غیر اشباع

- ✓ فضای حفرات پیوسته موجود در خاک می تواند به صورت دسته ای از لوله های موئینگی با سطح مقطع متغییر عمل کند.
- ✓ به علت نیروی کشش سطحی، آب زیرزمینی در لوله های موئینگی مذکور صعود کرده و تراز واقعی آن از تراز آزاد سطح آب زیرزمینی بالاتر خواهد ایستاد.



$$h_c = \frac{2T \cos \alpha}{d \gamma_w}$$

where T = surface tension (force/length)
 α = angle of contact
 d = diameter of capillary tube
 γ_w = unit weight of water

$$h_c = \frac{4T}{d \gamma_w}$$

For pure water and clean glass, $\alpha = 0$. \rightarrow
 $T = 72 \text{ mN/m}$

$$h_c \propto \frac{1}{d}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۵۳

<http://civil.sirjantech.ac.ir/~ghanizadeh>

تنش مؤثر برای خاک‌های غیر اشباع

- ✓ رابطه عمومی بین تنش کل، تنش مؤثر و فشار آب حفره ای به صورت زیر می باشد.

$$\sigma = \sigma' + u$$

- ✓ فشار آب حفره ای u در لایه ای از آب که به وسیله صعود موئینگی کاملاً اشباع شده است مساوی با فرض فشار اتمسفر به عنوان مبنا می باشد. h ارتفاع نقطه مورد نظر از سطح آب زیرزمینی است. در صورتی که به علت موئینگی، اشباع ناقص وجود داشته باشد، فشار آب حفره ای را می توان به صورت زیر نوشت:

$$u = - \left(\frac{S}{100} \right) \gamma_w h$$

- ✓ که در آن S درجه اشباع بر حسب درصد است.

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

۵۴

© Ali Reza Ghanizadeh, Ph.D

تنش مؤثر برای خاک‌های غیر اشباع

✓ رابطه عمومی بین تنش کل، تنش مؤثر و فشار آب حفره ای به صورت زیر می باشد.

$$\sigma = \sigma' + u$$

✓ فشار آب حفره ای u در لایه ای از آب که به وسیله صعود موئینگی کاملاً اشباع شده است

مساوی با فرض فشار اتمسفر به عنوان مبنا می باشد. h ارتفاع نقطه مورد نظر از سطح آب

زیرزمینی است. در صورتی که به علت موئینگی، اشباع ناقص وجود داشته باشد، فشار آب

حفره ای را می توان به صورت زیر نوشت:

$$u = -\left(\frac{S}{100}\right)\gamma_w h$$

✓ که در آن S درجه اشباع بر حسب درصد است.

ارتفاع صعود موئینگی در خاک

$$h_c = -990 (\ln D_{10}) - 1540.$$

$$h_c = \frac{C}{eD_{10}}.$$

$$C (C = 3 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \sim 8 \times 10^{-5} \text{ m}^2)$$